

מתמטיקה א

פרק 12 - הוכחות של משפטים נבחרים

תוכן העניינים

1. הוכחות של משפטים נבחרים 1

הוכחות של משפטים נבחרים בקורס

הוכיחו את המשפטים הבאים:

גזירות גוררת רציפות

אם הפונקציה $f(x)$ גזירה בנקודה x_0 , אזי היא רציפה בנקודה זו.

כלל השרשרת

תהי $y = g(x)$ פונקציה גזירה בנקודה x ותהי $f(g(x))$ גזירה בנקודה $g(x)$. אזי הפונקציה המורכבת $f(g(x))$ גזירה בנקודה x , ומתקיים: $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

כלל לופיטל

נניח ש- g ו- f פונקציות גזירות ובעלות נגזרות רציפות בנקודה x_0 , ונניח כי $f(x_0) = g(x_0) = 0$ וכן $g'(x_0) \neq 0$, אז $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

משפט לגראנז'

אם הפונקציה $f(x)$:

א. רציפה בקטע הסגור $[a, b]$,

ב. וגזירה בקטע הפתוח (a, b) ,

אז קיימת נקודה $a < c < b$, כך ש- $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

משפט פרמה

נניח ש- f פונקציה המוגדרת בתחום המכיל את הנקודה x_0 .
אם f גזירה בנקודה x_0 ואם x_0 נקודת מקסימום מקומית, אז $f'(x_0) = 0$.

משפט רול

אם הפונקציה $f(x)$:

א. רציפה בקטע הסגור $[a, b]$,

ב. גזירה בקטע הפתוח (a, b) ,

ג. ומקיימת $f(a) = f(b)$,

אז קיימת נקודה $a < c < b$, כך ש- $f'(c) = 0$.

נגזרת הפונקציה ההפוכה

תהי $y = f(x)$ פונקציה הפיכה ורציפה בסביבת הנקודה x_0 .
אם $f(x)$ גזירה בנקודה x_0 ואם $f'(x_0) \neq 0$, אז גם הפונקציה ההפוכה שלה,
 $x = g(y)$, גזירה בנקודה $y_0 = f(x_0)$, ומתקיים השוויון $g'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$.

להוכחות המלאות היכנסו לאתר: GOOL.co.il